

Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat național 2023
Proba E.c)
Matematică M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\log_{2023} 17 + \log_{2023} 119 + \sqrt{0,0625} = \frac{5}{4}$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , pentru care soluțiile ecuației $x^2 - (3m - 4)x + m - 3 = 0$, verifică relația $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot 2^x + 4^x - 8^x = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$, acesta să fie soluție a ecuației $f(n) = 0$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(n) = n^3 + 3n - 4$.
- 5p 5. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC = 6\sqrt{3}$ și $m(\sphericalangle A) = 120^\circ$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.
- 5p 6. Arătați că $\sin(a + b) = 1$, știind că $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $a \neq b$ și $\sin a + \cos a = \sin b + \cos b$.

SUBIECTUL AL II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & 1 \\ m+1 & (m+1)^2 & 1 \end{pmatrix}$ unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 0$.
- 5p b) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care matricea $A(m)$ este inversabilă.
- 5p c) În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(1, 1)$, $B(m, m^2)$ și $C(m + 1, (m + 1)^2)$, unde m este un număr real. Determinați numerele reale m , știind că triunghiul ABC are aria egală cu 1.
2. Pe mulțimea numerelor complexe se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2$.
- 5p a) Arătați că $(2 + i) * (2 - i) = 9$.
- 5p b) Demonstrați că, pentru orice număr real nenul a , numărul $A = (-1 + (a+1)i) * (-1 + (a-1)i)$ este real strict mai mic decât 0.
- 5p c) Determinați numerele complexe z pentru care $z * z = -5$.

1. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(x+1)$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - f(x) - \ln 2}{x - 1}$.
- 5p c) Demonstrați că $\ln(x+1) \leq x$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x) + x^2 f(x)}{x^4 + 1} dx = \frac{\pi}{8}$.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x - 1} \int_1^x f(t) dt$.